



- Instrucciones:**
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
  - Tiene que **elegir** únicamente tres de entre los seis ejercicios propuestos.
  - Cada ejercicio se puntuará de 0 a 10 puntos. La calificación será la media aritmética de los tres ejercicios.
  - Conteste de forma razonada y escriba ordenadamente.
  - No se permite el préstamo de calculadoras. Se permite el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

### EJERCICIO 1

- a) [5 puntos] Siendo  $x$  un número real positivo, exprese como un único radical la siguiente expresión:

$$4x\sqrt{3x} - \sqrt{108x^3} + 4\sqrt{3x} + \sqrt{12x^3} + \sqrt{243x}$$

y calcule el valor de dicha expresión para  $x = 3$ .

- b) [5 puntos] Calcule  $\sin(2\alpha)$  y  $\cos(2\alpha)$  sabiendo que  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$  y  $\sin(\alpha) = -3\cos(\alpha)$ .

### EJERCICIO 2

- a) [5 puntos] Sea  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2 + 1}$ . Determine los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de  $f$ . Halle los extremos relativos de la función  $f$  (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

- b) [5 puntos] Halle la ecuación de la recta que pasa por el punto  $A(-1, 2)$  y es perpendicular a la recta de ecuación:  $x + 2y - 3 = 0$ .

### EJERCICIO 3

- a) [5 puntos] Determine la ecuación de la circunferencia de centro  $P(-1, 3)$  que pasa por el punto  $Q(-4, 7)$ . Halle los puntos de corte de dicha circunferencia con el eje  $OX$ .

- b) [5 puntos] Calcule el siguiente límite:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n^2 - 5n + 4\sqrt{n} - 7}{3n} - n + 2 \right)$ .

### EJERCICIO 4

- a) [5 puntos] Resuelva el siguiente sistema de inecuaciones: 
$$\begin{cases} 8x - 4 < 15x + 8 \\ \frac{2x + 6}{5} \leq \frac{6 - 3x}{4} \end{cases}$$
 y represente gráficamente las soluciones sobre la recta real.

- b) [5 puntos] Factorice el polinomio  $p(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$ . Calcule el resto de dividir  $p(x)$  entre  $(x - 2)$ .

### EJERCICIO 5

- a) [5 puntos] Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones lineales: 
$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ x + 2y - z = 2 \\ 2x - y + 3z = 9 \end{cases}$$

- b) [5 puntos] Calcule el área del recinto limitado por la parábola de ecuación  $y = 3x - x^2$  y el eje  $OX$ .

### EJERCICIO 6

- a) [5 puntos] Resuelva la ecuación:  $\ln(x) - \frac{1}{2}\ln(3 - x) = \ln(2)$ , donde  $\ln$  indica el logaritmo neperiano.

- b) [5 puntos] Calcule el área de un triángulo rectángulo sabiendo que uno de sus catetos es el doble que el otro y que la hipotenusa mide 10 cm.